

UAA5 :

Second degré



Les problèmes du second degré sont des problèmes qui peuvent se ramener à une équation de la forme $ax^2 + bx + c = 0$. Depuis plus de deux mille ans avant notre ère, on sait résoudre certains de ces problèmes, mais c'est aux

neuvième et dixième siècles que le mathématicien perse Mohammed Ibn Musa Al-Kwarizmi a donné des méthodes générales pour résoudre de telles équations. L'une des techniques utilisées, l'al-jabr, a donné le nom « algèbre ».



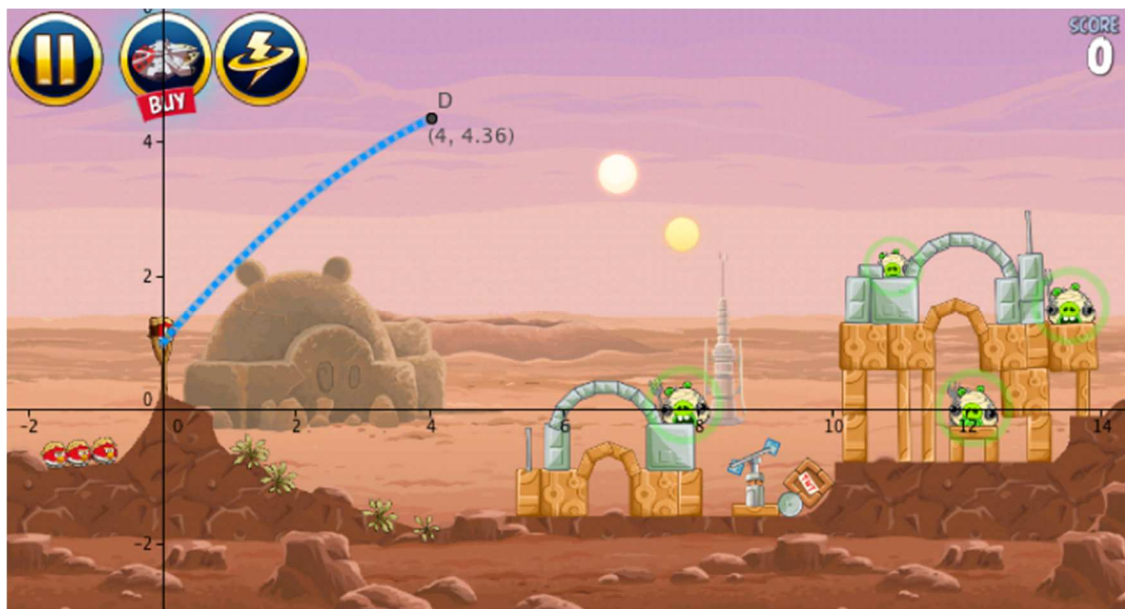
L'élève doit SAVOIR :

1. Expliquer la démarche et donner les formules pour résoudre une équation du second degré : $ax^2 + bx + c = 0$ (distinguer 3 cas, selon le signe de Δ).
2. Donner les formules de la somme et du produit des racines ; démontrer le théorème de Viète.
3. Donner les formules de factorisation des trinômes du second degré (distinguer 3 cas, selon le signe de Δ); démontrer la factorisation du trinôme qui possède deux racines distinctes.
4. Donner la formule des coordonnées du sommet d'une parabole et caractériser ce sommet en fonction du signe de a .
5. Donner la formule de l'équation de l'axe de symétrie d'une parabole.
6. Etablir le tableau de signe d'une fonction du second degré, en fonction du signe de a et du nombre de solutions (c'est-à-dire en fonction du signe de Δ).

L'élève doit ETRE CAPABLE DE :

1. Résoudre une équation du second degré en utilisant la méthode la plus rapide.
2. Utiliser les formules de la somme et du produit des racines.
3. Factoriser un trinôme du second degré.
4. Simplifier une fraction grâce à la factorisation.
5. Ecrire une équation du second degré dont on te donne la(les) solution(s).
6. Donner les coordonnées du sommet d'une parabole et caractériser ce sommet en fonction du signe de a .
7. Donner l'équation de l'axe de symétrie d'une parabole.
8. Représenter une parabole en exploitant le signe de a , le sommet, l'axe de symétrie, les racines, l'ordonnée à l'origine et le symétrique de l'ordonnée à l'origine par rapport à l'axe de symétrie.
9. Déterminer l'équation d'une parabole vérifiant certaines conditions.
10. Exploiter les caractéristiques graphiques de la parabole pour résoudre des problèmes.
11. Déterminer le signe d'un trinôme du second degré, et même de toute expression (faire un tableau de signe).

12. Résoudre des inéquations.
13. Résoudre des problèmes se ramenant à une équation ou une inéquation du second degré.
14. Déterminer le domaine de définition d'une fonction.
15. Déterminer, par calcul ou par lecture graphique, les coordonnées des points d'intersection d'une droite et d'une parabole.



Source : <https://gameskip.com/angry-birds-friends/posts.html?post=unlimited-power-ups-unlocked-slings-improved-laser-in-angry-birds-friends>

Pour résoudre une équation du premier degré, par exemple $2x+3=x+5$, on isole l'inconnue dans un seul membre. Mais comment isoler x dans l'équation $x^2-5x+6=0$?

Le premier témoignage connu de résolution d'une équation du second degré se trouve sur une tablette babylonienne, datant environ de 2000 avant J.-C., à travers un problème géométrique.

Au 4^{ème} siècle, **Diophante** poursuit les recherches des Babyloniens en ayant une approche algébrique du problème.



Les mathématiciens indiens prennent alors le relais. **Brahmagupta** (598-670) écrit deux traités de mathématiques et astronomie. Il introduit le zéro et les nombres négatifs, la règle des signes en utilisant les termes de "fortune" et de "dette" (le produit de deux dettes est une fortune).



Bien que les mathématiciens arabes aient connu ces travaux, ils n'ont pas fait usage des nouveautés introduites par Brahmagupta. Le plus célèbre est **al-Khwarizmi** (environ 780-850, Bagdad), qui est (indirectement) responsable des mots algorithme (tiré de son nom) et algèbre : "al-jabr" (qui signifie à peu près "restauration"). C'est ce mathématicien, à qui l'on doit le premier traité d'algèbre, qui explique comment résoudre une équation du second degré. Il s'appuie sur une figure d'Euclide (mathématicien grec du 3^{ème} siècle avant notre ère). A cette époque, une inconnue du premier degré est représentée par une longueur, tandis qu'une expression du deuxième degré représente une aire. C'est donc sur une construction géométrique que repose la résolution de telles équations.

